

การทดลองที่ 1

กราฟและสมการ

วัตถุประสงค์

1. สามารถเขียนกราฟการทดลองโดยใช้กระดาษกราฟ
2. สามารถอธิบายความหมายจากกราฟเซมิ-ล็อก (Semi-Log) หรือกราฟล็อก-ล็อก (Log-Log) และหาปริมาณต่างๆ เช่น ความชัน จุดตัดแกน จากกราฟได้
3. สามารถเปลี่ยนรูปสมการซึ่งมีความสัมพันธ์กันแบบไม่เป็นเชิงเส้นให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นได้

ทฤษฎี

การอธิบายความหมายของกราฟ (Graphical Interpretation) ปริมาณบางอย่างเราสามารถหาได้จากกราฟโดยตรง เช่น การสังเกตจากลักษณะ (Shape) ความชัน (Slope) และจุดตัดแกนพิกัด (Intercept) กราฟจะบอกว่าเมื่อปริมาณหนึ่งเปลี่ยนแปลงไป อีกปริมาณหนึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ซึ่งต่อไปนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางวิทยาศาสตร์ที่สอดคล้องกับสมการทางคณิตศาสตร์รูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง

1. ความสัมพันธ์เชิงเส้น (Linear relationships)

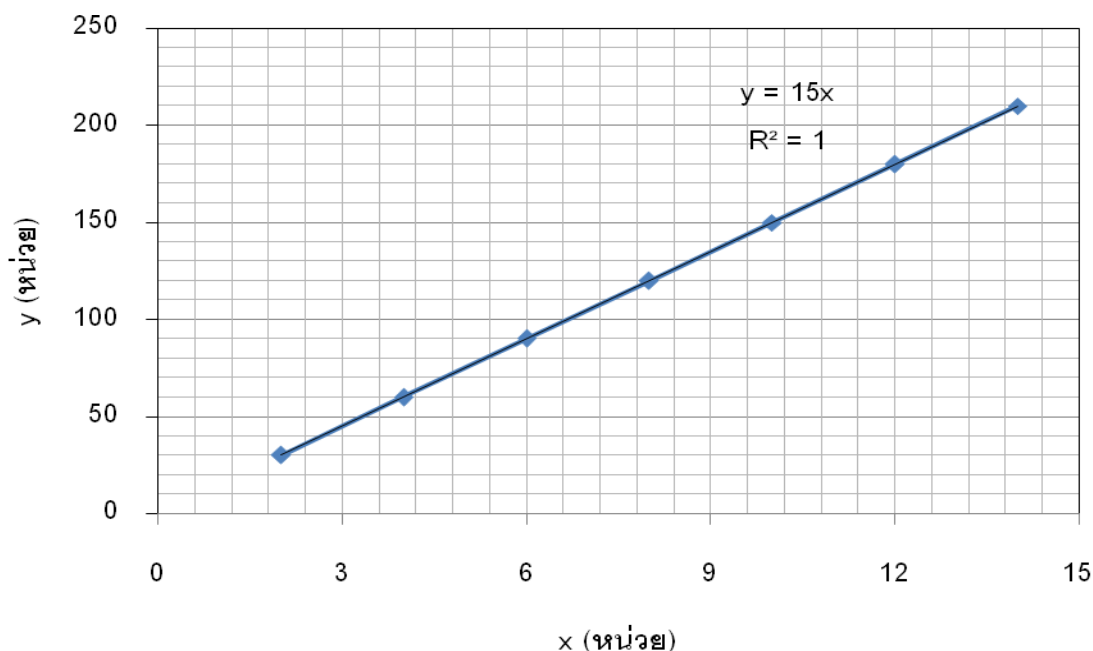
กรณีนี้ที่เรากำหนดค่าลงในกระดาษกราฟธรรมดา และลากเส้นผ่านข้อมูลนั้นจะได้กราฟเส้นตรง ซึ่งอธิบายความหมายได้สองทาง คือ ปริมาณทั้งสองมีความสัมพันธ์กันแบบเชิงเส้น โดยเส้นตรงที่ได้ไม่จำเป็นต้องผ่านจุดกำเนิด (Origin) และปริมาณทั้งสองมีความสัมพันธ์แบบแปรตรง โดยสมการเส้นตรงแทนความสัมพันธ์เชิงเส้นแสดงดังสมการที่ (1.1)

$$y = mx + c \quad (1.1)$$

โดย m คือความชันของกราฟ ซึ่งหาได้จากอัตราส่วนระหว่างผลต่างของข้อมูลแกน y (Δy) กับผลต่างของข้อมูลแกน x (Δx) ซึ่งไม่ว่าเราจะเลือกข้อมูลจากจุดใดๆ ก็จะได้ผลลัพธ์ (ค่าความชัน) เท่ากันเสมอ

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ; \Delta x \neq 0 \quad (1.2)$$

c คือ จุดตัดบนแกน y



ภาพที่ 1.1 กราฟเส้นตรงมีความสัมพันธ์กันแบบเชิงเส้น

2. ความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้น (Non-Linear Relationships)

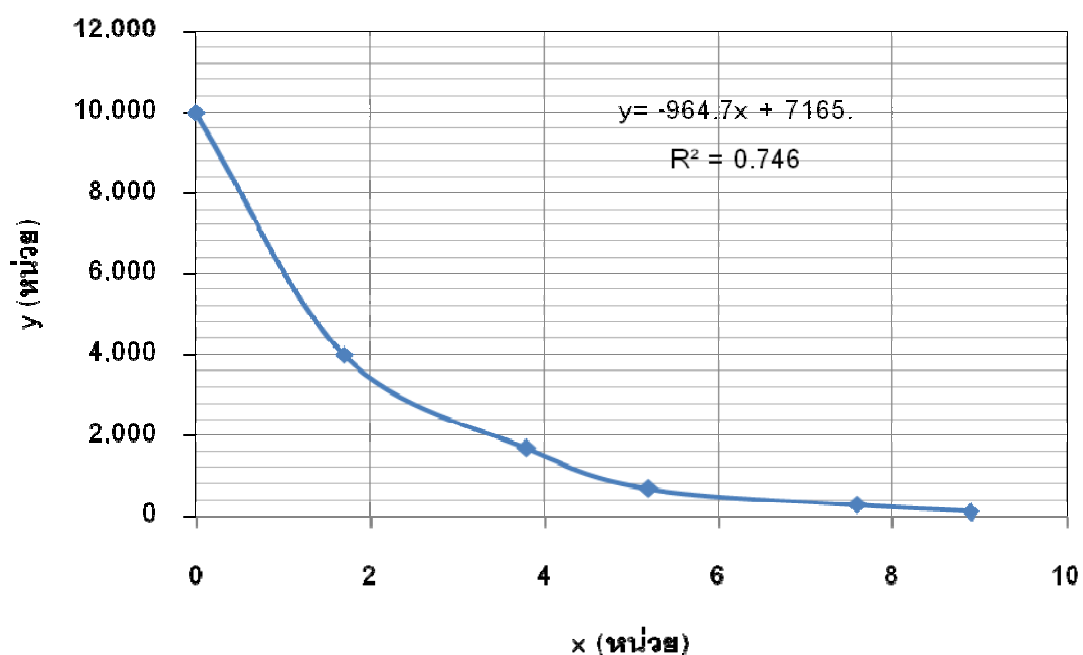
บางครั้งการบันทึกค่าลงบนกระดาษกราฟธรรมดา กราฟที่ได้ไม่เป็นเส้นตรง แสดงว่าความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทั้งสองไม่เป็นเชิงเส้น เช่น มีความสัมพันธ์แบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Relationships) หรือความสัมพันธ์แบบยกกำลัง (Power-Law Relationships) เป็นต้น ซึ่งถ้านำค่าตัวแปรมาบันทึกบนกระดาษกราฟชนิดอื่น เช่น กระดาษกราฟเซมิ-ล็อก (Semi-Logarithmic Paper) หรือกระดาษกราฟล็อก-ล็อก (Logarithmic Paper) จะทำให้ได้กราฟแทนความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงเช่นกัน

2.1 ความสัมพันธ์แบบเอกซ์โพเนนเชียล มีความสัมพันธ์แสดงดังสมการที่ (1.3)

$$y = ae^{mx} \quad (1.3)$$

โดยที่	y	คือ	ตัวแปรตาม
	x	คือ	ตัวแปรต้น
	a และ m	คือ	ค่าคงที่

ถ้าเรานำ y และ x ไปเขียนบนกระดาษกราฟธรรมดาจะได้กราฟเส้นโค้งแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังภาพที่ 1.2



ภาพที่ 1.2 กราฟเส้นโค้งแบบเอกซ์โพเนนเชียลบนกระดาษกราฟธรรมดา

แต่ถ้านำปริมาณทั้งสองไปเขียนบนกระดาษกราฟเซมิ-ล็อก จะได้กราฟที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งแสดงได้ดังนี้

จากสมการที่ (1.3) $y = ae^{mx}$

ฉะนั้น $\ln y = \ln(ae^{mx})$

$$= \ln a + \ln e^{mx}$$

$$\ln y = \ln a + mx \quad (1.4)$$

$$Y = mX + C$$

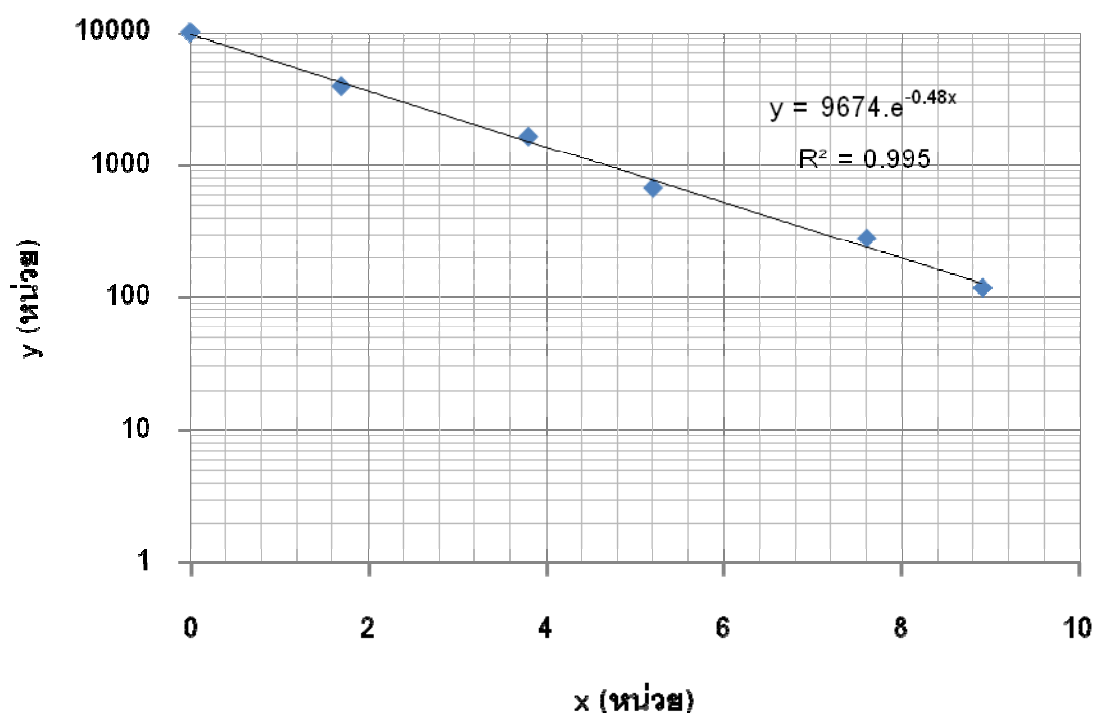
ให้ $Y = \ln y$

$$X = x$$

$$C = \ln a$$

$$m = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_2 - x_1}$$

ซึ่งสมการ (1.4) เป็นสมการของกราฟเส้นตรง ที่มีความชันเท่ากับ m ดังภาพที่ 1.3



ภาพที่ 1.3 ความสัมพันธ์เชิงเส้นเมื่อนำปริมาณทั้งสองไปเขียนบนกระดาษกราฟซมิ-ล็อก

2.2 ความสัมพันธ์แบบยกกำลัง ความสัมพันธ์แบบนี้มีรูปแบบการเป็น

$$y = ax^m \quad (1.5)$$

โดยที่ y คือ ตัวแปรตาม
 x คือ ตัวแปรต้น
 a และ m คือ ค่าคงที่

ถ้าเรานำ y และ x ไปเขียนบนกระดาษกราฟธรรมดาจะได้กราฟเส้นโค้งเช่นกัน ส่วนกระดาษที่ใช้บันทึกค่าตัวแปรเหล่านี้แล้วได้กราฟเส้นตรงก็คือ กระดาษกราฟแบบล็อก-ล็อก ซึ่งแสดงได้ดังนี้

จากสมการที่ (1.5) $y = ax^m$

ฉะนั้น $\ln y = \ln(ax^m)$

$$= \ln a + \ln x^m$$

$$\ln y = \ln a + m \ln x \quad (1.6)$$

$$Y = mX + C$$

ให้

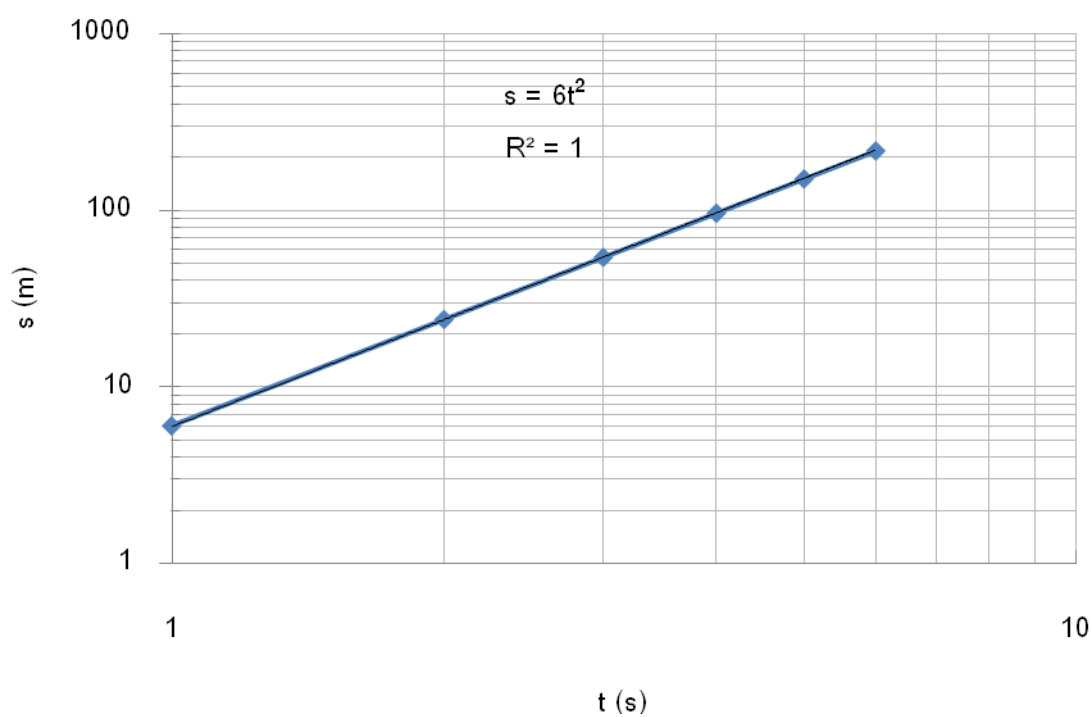
$$Y = \ln y$$

$$X = \ln x$$

$$C = \ln a$$

$$m = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{\ln x_2 - \ln x_1}$$

ซึ่งก็คือสมการเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ m นั้นเอง ดังภาพที่ 1.3



ภาพที่ 1.4 ความสัมพันธ์เชิงเส้นเมื่อนำปริมาณทั้งสองไปเขียนบนกระดาษกราฟล็อก-ล็อก

อุปกรณ์การทดลอง

1. เครื่องคิดเลขที่มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์
2. ดินสอ ยางลบ ไม้บรรทัด
3. กระดาษกราฟ

วิธีการทดลอง

ตอนที่ 1 ศึกษาวิธีบันทึกข้อมูลของกราฟแบบทั่วไป

1. จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x และ y พบว่าได้ข้อมูลดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1

x (หน่วย)	x^2 (หน่วย)	y (หน่วย)
1	1	22
2	4	34
3	9	58
4	16	91
5	25	139

2. จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x^2 และ y **พร้อมแสดงสมการคณิตศาสตร์แทนความสัมพันธ์**

3. สรุปผลการทดลอง

ตอนที่ 2 ศึกษาวิธีบันทึกข้อมูลของกราฟแบบ เซมิ-ล็อก

1. จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความหนา (x) ความเข้มรังสี (I) ของกัมมันตรังสีที่พุ่งผ่านฉากตะกั่วโดยใช้รังสีแกรมมา ความยาวคลื่น 0.098 อังสตรอม พุ่งผ่านฉากหนา x (mm) ต่างๆ กัน เมื่อวัดความเข้มรังสี I (Count Per Second : cps) หลังจาก ได้ข้อมูลดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 1.2

X (mm)	I (cps)
0.0	11101
0.85	4439
1.9	1867
2.6	758
3.9	318
4.45	133

2. จงวิเคราะห์กราฟและแสดงการคำนวณสมการคณิตศาสตร์

3. สรุปผลการทดลอง

ตอนที่ 3 ศึกษาวิธีบันทึกข้อมูลของกราฟแบบ -ลือก-ลือก

1. ศึกษาวิธีบันทึกข้อมูลของกราฟแบบ ลือก-ลือก จากข้อมูลดังตารางที่ 1.3 จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง (s) กับเวลา (t) แบบลือก-ลือก

ตารางที่ 1.3

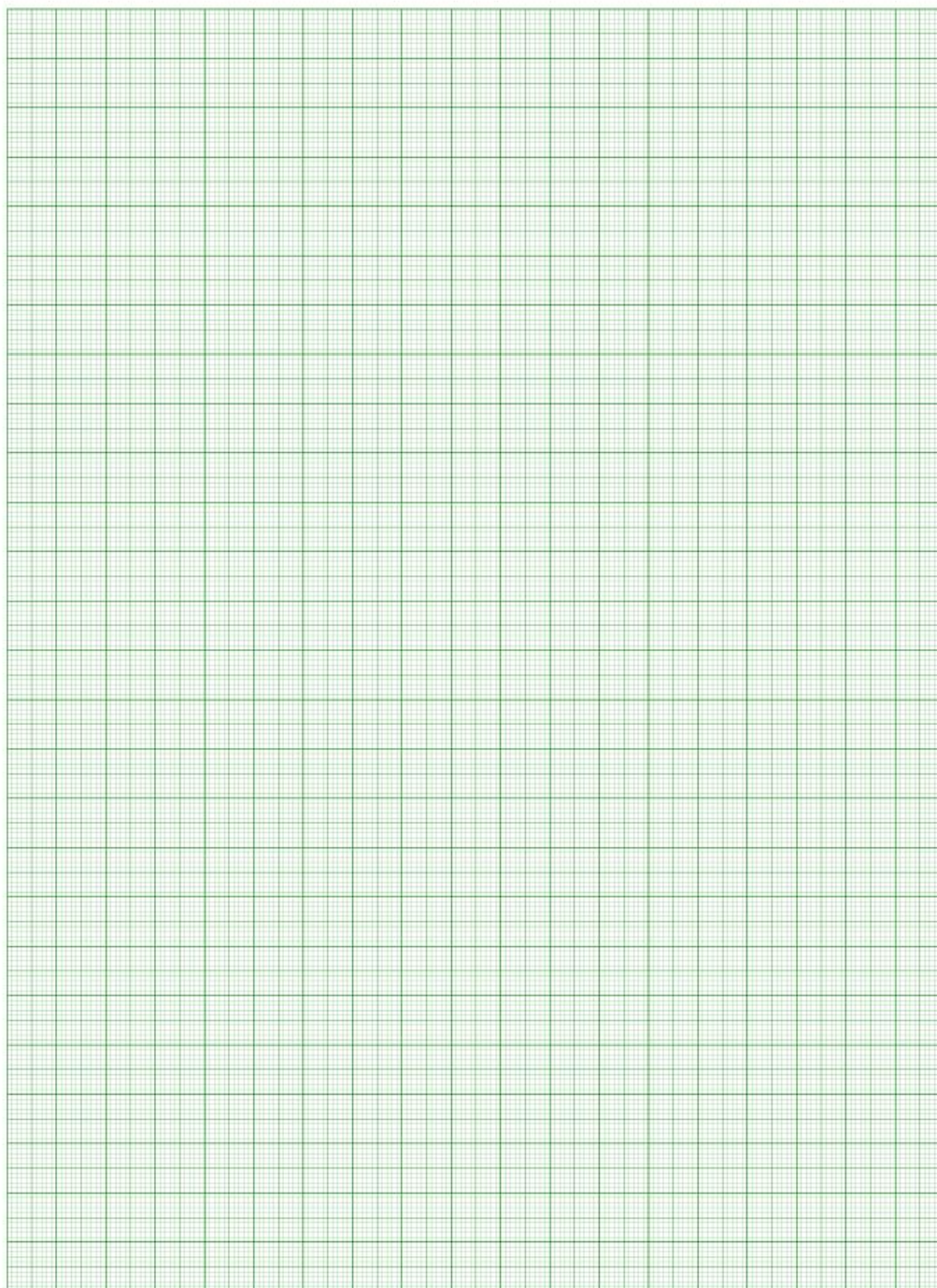
t (s)	s(m)
1	5
2	20
3	45
4	80
5	125
6	180

2. จงวิเคราะห์กราฟและแสดงการคำนวณสมการคณิตศาสตร์
3. สรุปผลการทดลอง

ผลการทดลอง
เรื่อง กราฟและสมการ

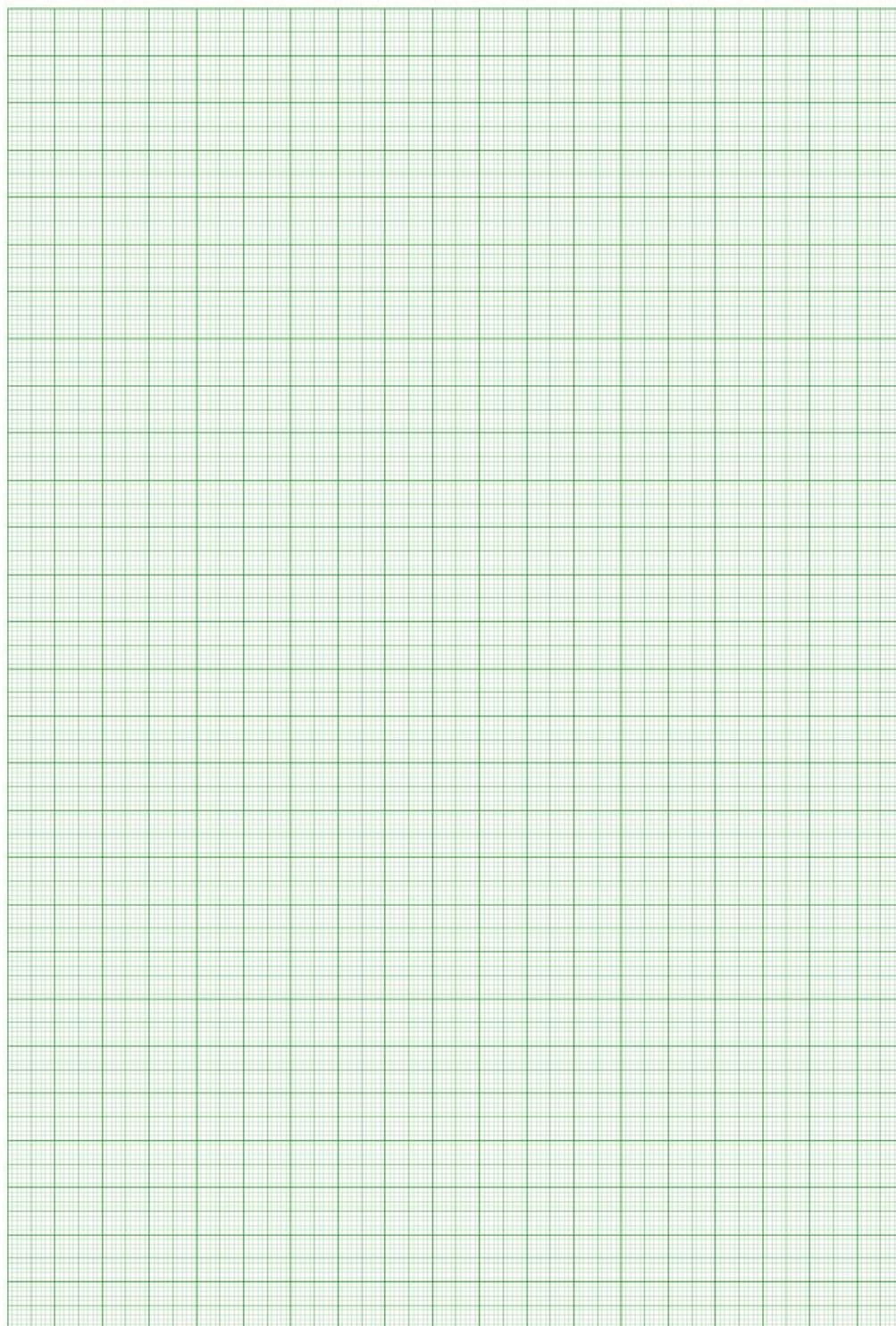
ตอนที่ 1

1. จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x และ y



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง.....

2. จงเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x^2 และ y



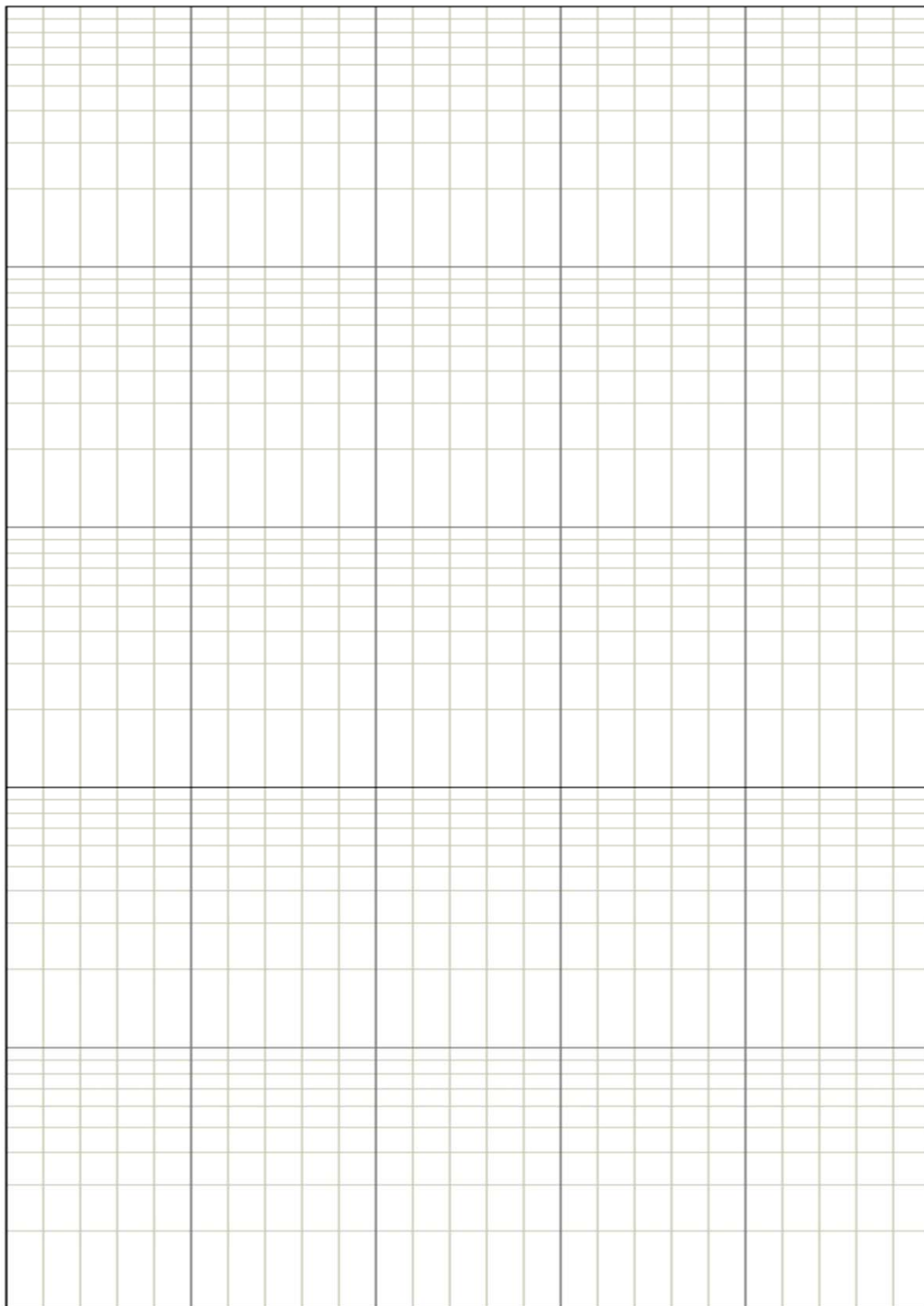
กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง.....

วิเคราะห์ผลการทดลอง

จงคำนวณสมการคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ x^2 และ y

[illegible]

ตอนที่ 2 จงเขียนกราฟด้วยกระดาษกราฟแบบเซมิ-ล็อก แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนา
(x) ความเข้มรังสี (I)



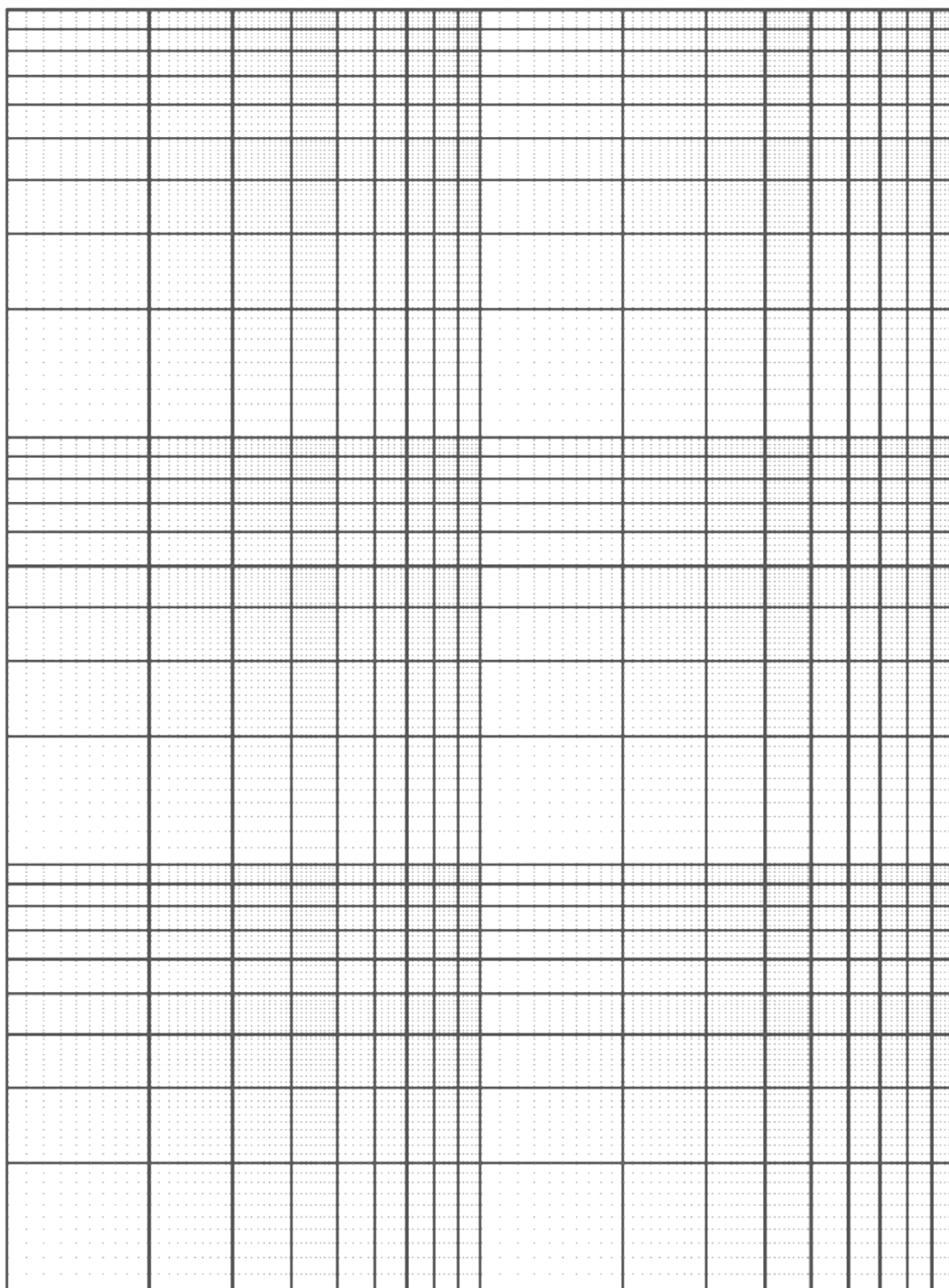
กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง.....

วิเคราะห์ผลการทดลอง

จงแสดงการคำนวณสมการคณิตศาสตร์แทนความสัมพันธ์ระหว่างความหนา (x) ความเข้มรังสี (I)

This image shows a full page of handwriting practice paper. It features multiple sets of horizontal dashed lines spaced evenly down the page, providing a guide for letter height and placement. The background is plain white, and there are no margins or additional markings.

ตอนที่ 3 จงเขียนกราฟด้วยกระดาษกราฟแบบบล็อก-บล็อก แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง
ระยะทาง (s) กับเวลา (t)



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง.....

จงคำนวณสมการคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง (s) กับเวลา (t)

[illegible]

สรุปผลการทดลอง
